Sborník pro dějiny přírodních věd a techniky

Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum

ACADEMIA PRAHA

11

ČESKOSLOVENSKÁ AKADEMIE VĚD

Vědecký redaktor

Jan Kořan

Redakční rada

J. Folta (tajemník), F. Jílek, J. Kořan (předseda),
V. Kruta, J. Smolka, M. Teich

Sborník pro dějiny přírodních věd a techniky

11

Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum

Academia

nakladatelství

Československé akademie věd

Praha 1967

BERNARD BOLZANO, ANTI-EUKLID

KAZIMÍR VEČERKA

Došlo 30. 6. 1965

V pražském Archivu ČSAV (v 2. svazku Bolzanovy matematické pozůstalosti) je uloženo pohromadě 9 negativních fotografií Bolzanova autografu; první z nich je obrazem líce listu, který je označen nadpisem Anti-Euklid a obsahuje pouze 12 řádků textu.[1] Podle seznamu rukopisů Bolzanovy literární pozůstalosti ve vídeňské Nationalbibliothek[2] je tam pod S. N. 3459[3] — VI. Abteilung, N. 5 uloženo 5 folií, nazvaných Antieuklid. Pro obsahovou příbuznost, která je ovšem stran 1. folie diskusní, a pro textovou souvislost str. $2^a/36-5^b/43$ předpokládáme, že těchto 5 folií, které nám zprostředkovalo oněch 9 fotografií, tvoří celek, a budeme jej nazývat Anti-Euklid; není prokázáno, že je zlomkem nějaké větší práce, která se celá nezachovala, nebo zlomkem nedokončené práce.

Podle zprávy z dopisu B. Bolzana Michaelu Josefu Feslovi ze dne 7. března 1848[4] ztratil se Bolzanovi jeho rukopis, nazvaný Antieuklid. Jaký je vztah právě publikované práce k uvedenému rukopisu, není nám jasné. Podle její první věty je možné, ale daleko ne jisté, že právě toto ztracené zpracování bylo koncipováno podle obšírnějšího plánu, než autor zamýšlel při druhém (?) zpracování. Avšak Eduard Winter uvádí na citovaném místě, resp. v příslušné poznámce č. 5: „Dürftige Bruchstücke zum Antieuklid befinden sich im BN (tj. Bolzanonachlass) Wien, 6. Abt.". Zdá se tedy, že Winter považuje Anti-Euklida za část nebo náčrt části Antieuklida, tj. právě publikovaný text za část nebo náčrt části ztraceného textu, což však není prokázáno ani datem informace o ztrátě, blízké datu Bolzanovy smrti, a hypotetickým určením časového intervalu vzniku textu (viz dále).

Anti-Euklid, práce Bernarda Bolzana (1781—1848), jejíž první publikaci předkládáme, kritizuje Eukleidovy Základy, a geometrii současnou autorovi, z hlediska jeho filosofických představ o tom, jak má být napsáno vědecké dílo. Vytýká eukleidovské geometrii, že nepodává příčinu (objektivní důvod) platnosti svých výroků, jednodušší pravdu odvozuje ze složitějších pravd, názor považuje za důkazní prostředek, nevysvětluje důležité pojmy atd. Anti-Euklid obsahuje pozoruhodné výroky včetně formulace geometrických pojmů, např. okolí bodu, anticipaci nepřímé shodnosti aj. Nepodává však žádný náznak myšlenek, které by bylo možno kvalifikovat jako příbuzné myšlenkám neeukleidovské geometrie. Patří tak mezi autorova kritická díla, v nichž většinou oprávněně revoltoval proti subjektivní jistotě a užívání nedokázaných předpokladů.

Winter píše na uvedeném místě: „Vor Bolzanos geistigem Auge stand ein neues geometrisches System, das an die Stelle des seit Jahrhunderten geltenden euklidischen treten sollte. In einer Handschrift »Antieuklid« beschrieb Bolzano die Grundlinien seines neuen Systems". Srv. také na str. 198 „nichteuklidische Matematik" a ve Winterově článku Der wissenschaftliche Nachlass B. Bolzanos[2] na str. 516 „antieuklidische Gometrie" a na str. 517 „nichteuklidische Geometrie". Z Anti-Euklida pouze plyne, že Bolzano usiloval o reformu a doplnění eukleidovské geometrie a ne o její nahrazení

---

[1] Fotografie rubu schází.
[2] E. Winter, *Der wissenschaftliche Nachlass B. Bolzanos* (in: Philosophisches Jahrbuch der Görres-Gesellschaft, Fulda 1933, str. 515—520).
[3] Toto číslo uvádíme podle sdělení L. Nového; původní číslo bylo 3448.
[4] E. Winter, *Bernard Bolzano und sein Kreis*, Leipzig 1933, na str. 218; Kalistův český překlad knihy, Brno 1935, uvádí na str. 168 datum 5. března 1848.

jiným systémem. Winter bez důkazů tvrdí, že Anti-Euklid jsou chudobné zlomky ztraceného rukopisu (resp. k němu se vztahujících náčrtů), že tento rukopis obsahoval základ nového systému a že sepsání neeukleidovské matematiky si Bolzano vytkl jako svůj životní úkol; prý již jako dvacetiletý měl v mysli v hrubých rysech hotovou neeukleidovskou geometrii (str. 37 a 198 cit. knihy).

Není vyloučeno, že doba psaní spadá do třicátých let. K této možnosti nás vedou dva údaje textu:

1. Pravděpodobná zmínka (na str. 2a/36, ř. 29 a 5a/42, ř. 28) o Bolzanově Wissenschaftslehre, která vyšla 1837 a byla dokončena asi 1830;[5] *autor konstatuje, že Wissenschaftslehre již stanovila zásady vylíčení vědy a vyvrátila Kantovy omyly,*

2. uvedení data poloviny století (na str. 5a/42, ř. 21), která právě (1831?) uplynula od vyslovení Kantova názoru o nemožnosti dedukce geometrických pravd z čistých pojmů. Kant nejvýrazněji a s největším ohlasem vyslovil tento svůj názor v Kritik der reinen Vernunft, 1781.

Text je velmi těžko čitelný, poněvadž Bolzano má originální rukopis, užívá neobvyklých zkratek, vynechává písmena, nejčastěji samohlásky, a často také celé slabiky i uvnitř slova, takže někdy reprodukce přechází v rekonstrukci, kterou ovšem lze verifikovat srovnáním s originálem, tj. známe-li přepis, vidíme z originálu shodu obou, nebo přechází v nutnost rekonstrukce vložením slova či jeho části, a tuto rekonstrukci lze verifikovat kontextem.

Převážně pro obtížnost reprodukce byly dosud všechny jeho matematické spisy (z pozůstalosti) reprodukovány z opisu, který za jeho života pořídil neznámý člověk, tedy nikoli z Bolzanova autografu, s výjimkou malých doplňků k textu. Větší doplňky a nová redakce, zvláště pokud znamenala škrtnutí celé stránky, napsané opisovačem, a její nahrazení novou stránkou autorova vlastního rukopisu, byly opomenuty a do vydání přešla škrtnutá verze. Je ovšem nutno říci, že pro reprodukci některých jiných částí díla byly a jsou v Praze (a snad i ve Vídni) přístupny pouze opisy. Možná, že také kriterion čitelnosti vedlo M. Jaška při výběru, které texty mají být pro Prahu vyfotografovány. Srovnáním nově opatřených fotografií originálu a opisu (případně jiným způsobem) zjišťujeme, že opisovač nereprodukoval bez chyb a že Bolzano dosti závažné chyby neopravil, i když se má za to, že opis autorizoval.

(O obtížích rekonstrukce zvláště svědčí druhá a třetí věta na str. 1a/35. Několik slov vložených do textu, jehož celá rekonstrukce je nejistá, má přispět k zjednání aspoň nějakého významu obou vět, je proto nutné stručně zdůvodnit interpolaci, aniž ovšem chceme sugerovat svůj výklad. Hypoteticky se domníváme, že tu Bolzano chce ukázat toto: Údajné Eukleidovo pojetí, *že geometrický útvar sám o sobě je vnímatelnou věcí — a ne nevnímatelnou (pojmovou) skutečností, u níž je vnímatelný pouze její neadekvátní obraz a ne ona sama (jak si opačně myslí Bolzano)* — vede *při nazírání roviny z profilu (tj. při vytváření obrazu, který zvláště neodpovídá jejímu pojmu, ale odpovídá předpokladu jejího výlučně vnímatelného charakteru stejným právem, jako nazírání shora či zdola)* k absurdní informaci, *že každé dva různé body roviny nelze spojit přímkou (poněvadž se mohou jevit identickými),* a proto je absurdní. *Jenom pomocí uvědomění ryze pojmového charakteru roviny lze (prostřednictvím jejího výměru) identifikovat nutné zkreslení, které s sebou přináší každá její smyslově názorná ilustrace, tedy nazíráním roviny z profilu sice zmizí „vjem", že každé její dva různé body spojuje přímka, ale to neznamená, že názornost může zničit tento její znak, jakoby se rovina mohla opravdu stát přímkou, jak by k tomu vedl předpoklad její vnímatelné a tudíž proměnlivé povahy. Také znázornění roviny kruhem ji pouze nějak připomíná, aniž ničí její pojmovou povahu.)*

Text Anti-Euklida *podáváme z Bolzanova autografu, o jiné verzi nebo opisu opisovače nám není nic známo.*

Stránky označujeme zlomkem, jehož čitatel udává číslo folie originálu a písmeno a *její líc,* b *její rub; jmenovatel je pořadové číslo fotografií (z Archivu ČSAV); stránky obsahují mnoho škrtů a oprav, které jsou připsány na okraji.*

Na str. 2a/36 je na originálu vedle pořadového čísla 2 nezřetelně napsáno ještě číslo 1. Podobně na str. 3a/38 (resp. 5a/42) je mimo číslo 3 (resp. 5) zřetelně uvedeno číslo 2 (resp. 3). Tužkou, nebo velmi slabě perem a poněkud odlišným rukopisem je napsán text:

---

[5] E. Winter, *Der Briefwechsel B. Bolzanos mit Exner*, Prag 1935, na str. XI.

1. na str. 3b/39 na zbytku 12. řádku a v 13. řádku,
2. na str. 4a/40 na okraji, a to
   a) u 8. řádku (znění uvedeno v pozn. 16),
   b) u 19. řádku (znění uvedeno v pozn. 17),
   c) u 22. řádku: „liegenden Punkt in dieser Ebene“,
3. na str. 4b/41 na začátku 9. řádku: slovo „Summe“ a
4. na str. 5b/43 na řádcích 15—19.

Nepodařilo se nám v Anti-Euklidu rozluštit I) rukopis ad 1) a ad 4) tak, abychom mohli reprodukovat smysluplný celek, a potom II) jméno autora, uvedené na str. 5b/43, řádek 12, které je napsáno mezi jmény Detmold a Ide. Podle Bolzanova pokynu následuje na str. 5a/42 po řádku 15. řádek 31. a další text napsaný na této a následující stránce. Proto na konec připojujeme řádky 16.—30. ze strany 5a/42.

Do hranatých závorek [. . .] vkládáme vlastní interpolace, nebo doplnění slova, které Bolzano záměrně zkrátil, do šipkovitých závorek <. . .> uzavíráme text, připsaný na okraj stránky, jehož souvislost s ostatním textem není označena a jehož rukopis je poněkud odlišný, znaménka [: . . . :] označují text na okraji stránky, související s ostatním textem, ze škrtů publikujeme ve složených závorkách {. . .} text, který není úplným torzem (má smysl) a nějak se liší od ostatního textu.

Zkratkou W. označujeme Bolzanovu Wissenschaftslehre, I—IV, Leipzig 1929 nebo Sulzbach 1837. Toto dílo obsahuje vysvětlení Bolzanova pojetí uvedených filosofických termínů (představy, názoru, pojmu aj.). Zkratkou GP. označujeme Geometrické práce (Geometrische Arbeiten) B. Bolzana, Praha 1948, zkratkou EZ. český překlad (Eukleidovy Základy, Praha 1907, přel. F. Servít) kritického Heibergova vydání Eukleidových Στοιχεῖα (Elementa), Leipzig 1883.

Slovosled je ponechán beze změny, kromě několika případů, kdy jsme sloveso ve vedlejší větě přemístili na její konec; slova a interpunkci reprodukujeme podle současné jazykové normy kromě případů, kdy je smysl nejistý. Poznámky k textu nejsou jeho součástí, byly připojeny námi. Uvádíme v nich díla (Bolzanem citovaných autorů) pouze tehdy, když je nám známo, že mají bližší vztah k publikaci (netýká se pozn. 44 a 50).

Tato edice má také zkušební význam pro přípravu edice ostatních nevydaných matematických děl z Bolzanovy rukopisné pozůstalosti.

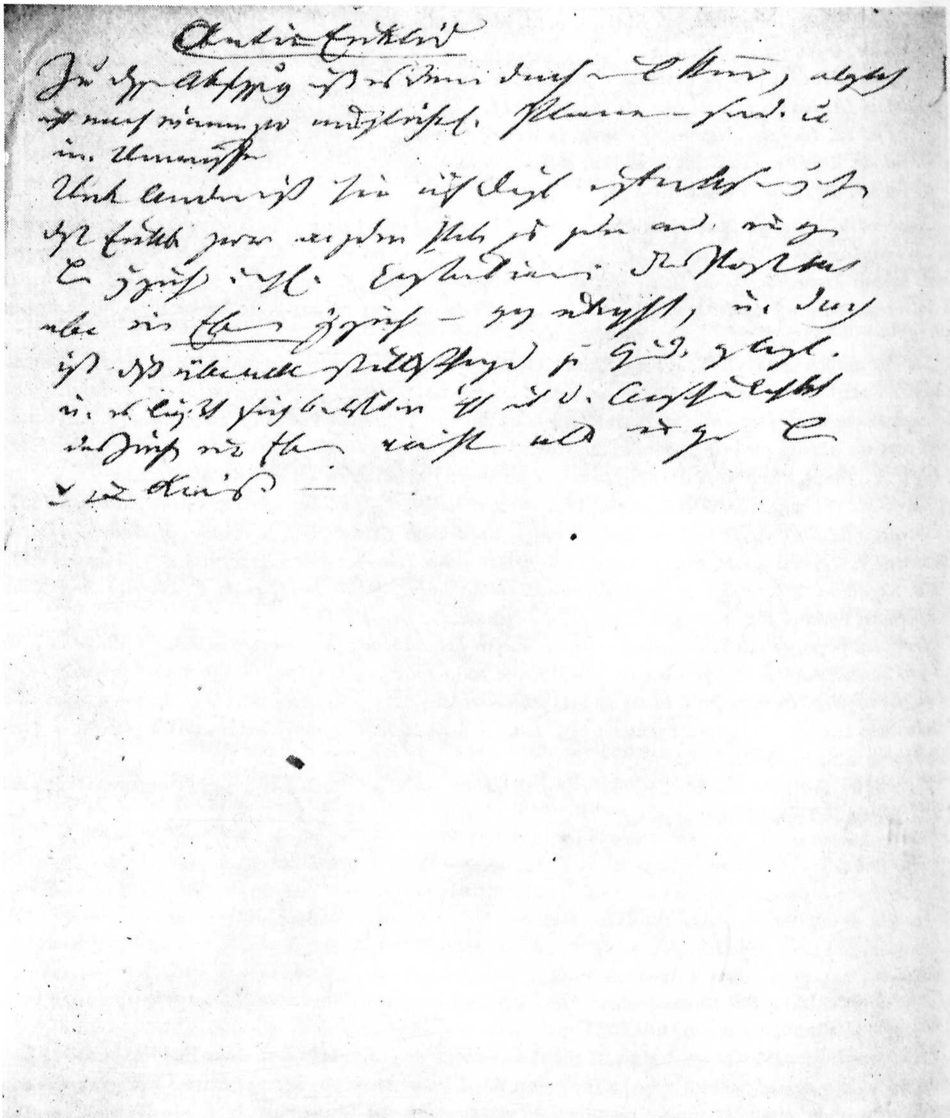
ANTI — EUKLID

Zu dessen Abfassung muss es denn doch einmal kommen, obgleich nicht nach einem so aus- 1a/35
führl[ichen] Plane, sond[ern] nur im Umrisse.[1]

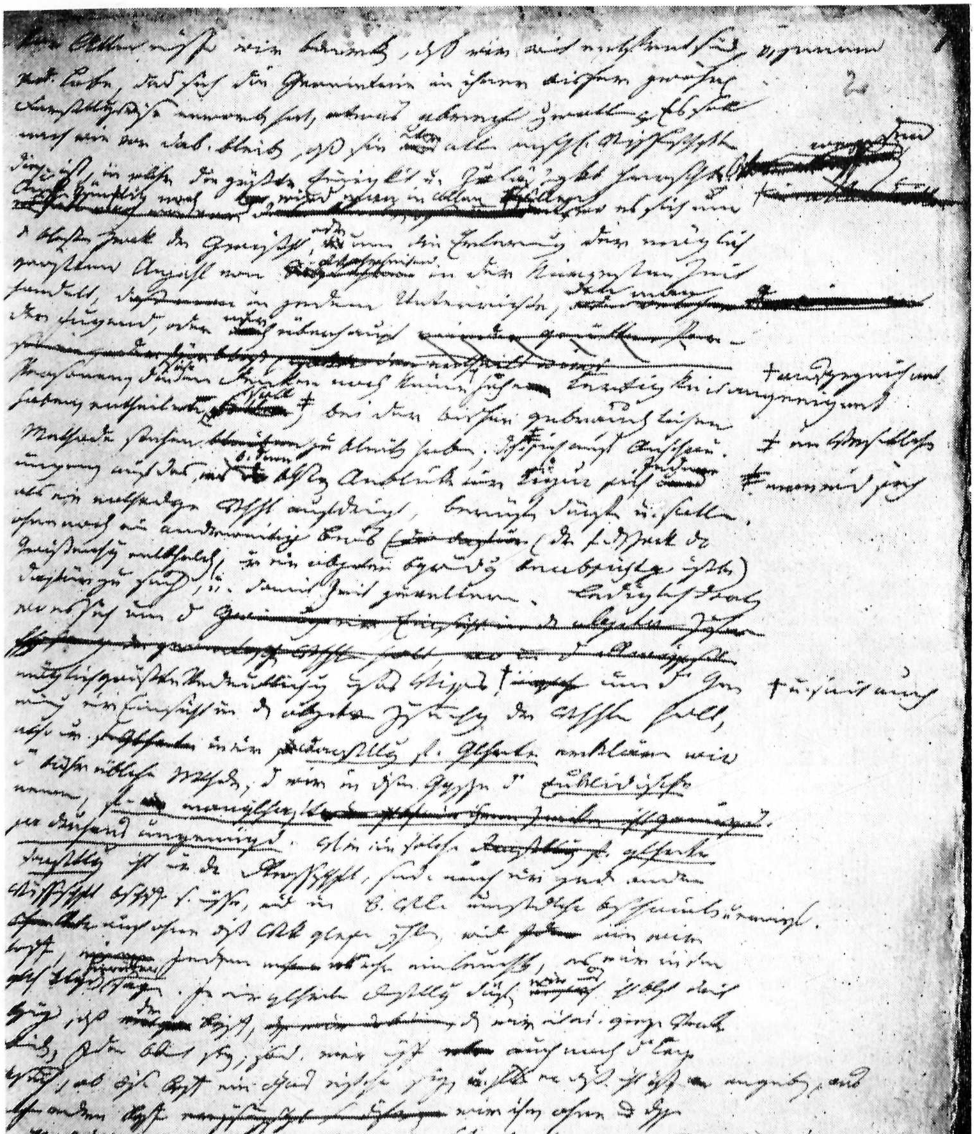
Unter anderem ist sie[2] auch darauf nicht entsch[ieden] anzunehmen, dass Eukl[id] zwar[3] a[us] jedem Punkte zu jedem and[eren] ei[ne] g[erade] Li[nie] zu [?] zieh[en] dürfte.[4] Erfinden wir das Profil von oben einer *Ebene* zu zieh[en] — ganz untergeht [dies Postulat], u[nd] doch ist dies überall stillschweigend z[u] Grunde gelegt, / u[nd] es lässt sich b[ei] weitem nicht mit d[er] Anschaulichkeit das Zeichen einer Eb[ene] vernicht[en], als [ob sie dann] e[ine] g[erade] L[inie] o[der] ein Kreis [würde].[5]

Vor allem müssen wir bemerken, dass wir weit entfernt sind v[on] jenem verd[ienten] Lobe, 2a/36
das sich die Geometrie in ihrer bisher gewöhnl[ichen] Darstellungsweise erworben hat, etwas

[1] Viz předmluvu.
[2] Tj. die Abfassung.
[3] Ve smyslu: ovšem, zajisté, přirozeně.
[4] Jedná se o 1. postulát *EZ.*
[5] Tato i předcházející věta jsou téměř nečitelné. Uvedená reprodukce, ev. rekonstrukce, je proto nejistá. Hypotetický výklad je v předmluvě.


Anti-Euklid

Fotografie str. 1a/35 Anti - Euklida.



Fotografie str. 2a/36 Anti-Euklida.

abrechnen zu wollen. Es soll nach wie vor dab[ei] bleiben, dass sie unter allen menschl[ichen] Wissenschaften / diej[enige] ist, in welcher die grösste Einigkeit u[nd] Zuverlässigkeit herrscht. Auch künftig noch wird man in allen Fällen, wo es sich um den blossen Zweck der Gewissheit oder um die Erlernung der möglich grössten Anzahl von Wahrheiten in der kürzesten Zeit handelt, in jedem Unterrichte, den man / der Jugend, oder nur überhaupt Personen, die sich im Denken noch keine ausgezeichnet hohe Fertigkeit angeeignet haben, erteilen soll, im Wesentlichen bei der bisher gebräuchlichen Methode stehen zu bleiben haben, d. h. man wird sich auf Anschauungen, / auf das, was b[ei] dem blossen Anblicke einer Figur sich jedem als eine notwendige Wahrheit aufdringt, beruf[en] dürfen u[nd] sollen, ohne noch ei[nen] anderweitig[en] Beweis (der f[ür] den Zweck der Gewissmachung entbehrlich, nur eine objektive Begründung[6] beabsichtigen müsste) dafür zu suchen, u[nd] damit Zeit zu verlieren. Lediglich dort, / wo es sich um die möglich grösste Verdeutlichung unseres Wissens u[nd] somit auch um die Gewinnung einer Einsicht in d[en] objektiv[en] Zusammenhang der Wahrheiten handelt, also nur in einer *Darstellung f[ür] Gelehrte*, erklären wir / die bisher übliche Methode, die wir in diesem Gegensatze die *Euklidische* nennen, *f[ür] mangelhaft, ja durchaus ungenüg[en]d*. Wie eine solche *gelehrte Darstellung* nicht nur der Raumwissenschaft, sond[ern] auch einer jeden anderen Wissenschaft beschaff[en] s[ein] müsse, wird in B[olzanos] W[issenschafts]l[ehre] umständlicher beschrieb[en] und erwies[en].[7]

Aber auch ohne dies Werk gelesen zu haben, wird, wie wir hoff[en], jedem als wahr einleucht[en], was wir in dem gleich Folgend[en] hierüber sagen. In einer gelehrten Darstellung dürf[en] wir uns nicht bloss damit begnüg[en], dass der Begriff, den wir mit ei[nem] gewiss[en] Worte verbinden, jedem bek[ann]t sei, sond[ern] wir müss[en] auch noch die Frage / untersuchen, ob dies[er] Begriff ein durchaus einfacher sei, u[nd] falls er dies nicht ist, angeben, aus welchen anderen Begriffen wir ihn, ohne uns dessen deutlich bewusst z[u] s[ein], zusammensetzen, sooft wir ihn uns bilden !

2b/37 {Eine gelehrte Darstellung muss nicht nur alle Schlüsse u[nd] Mittelsätze, durch deren [Be]nötigung [Nötigung ?][7a] wir, uns selber unbewusst, zu einer Schlussfolgerung gelangen, uns zu ei[nem] deutlichen Bewussts[ein] erheben, sond[ern] sie muss auch überdies, dass sie uns zeigt }

Wie b[ei] den Begriffen, deren wir uns bedienen, so auch b[ei] den Schlüssen, durch der[en] uns selber unbewusste Verrichtung wir zu weiteren Folgesätzen gelangen, muss eine gelehrte Vorstellung die möglichst grösste Verdeutlichung bezwecken, u[nd] also da[für] sorgen, dass uns auch diese Schlüsse u[nd] alle die Mittelsätze, der[en] wir uns dabei / bedie[nen], zu ei[nem] deutlich[en] Bewussts[ein] kommen. Noch ist zu finden damit, dass wir v[on] einer jed[en] Wahrheit, welche die darzustellende Wissenschaft enthält, Gewissheit erzeugen, dass die gelehrte Darstellung auch den obj[ektiven] Grund, auf welchem sie beruhen, einfacher lehre;[8] darum darf nie eine einfachere Wahrheit a[us] anderen, die zusammengesetzter, / sond[ern] vielmehr a[us] solchen, die einfacher sind als sie, abgeleitet werden,[9] u[nd] auch das Einleuchten dieser muss, wenn es nur immer

---

[6] Begründung v Bolzanově smyslu podává příčinu (objektivní důvod) *platnosti* poznatku, ne pouze příčinu *poznání* jeho platnosti (tj. odůvodnění jistoty).

[7] Hypoteticky akceptujeme uvedené čtení, poněvadž mu nasvědčuje následující věta („. . . ohne dies Werk gelesen zu haben . . .“). O způsobu vědeckého pojednání je ve W. hovořeno v díle IV., zvláště v §§ 512—543, 596—636. V díle IV., § 532 , 2. Anmerkung jsou v podstatě napsány myšlenky prvých 29 řádků str. 2a/36.

[7a] Fotografie reprodukuje z první slabiky Be — slova Benötigung pouze její spodní část.

[8] Podle Bolzanových filosofických idejí plyne platnost složité (složené) pravdy z platnosti jednoduchých pravd, z nichž se složitá skládá, přičemž jednoduchá (již nerozložitelná) pravda je evidentní a nemá příčinu své platnosti. Význam složité pravdy je dán souhrnným významem těchto jednoduchých pravd. Po dosažení jistoty o složité pravdě rozložíme ji *snáze*, a tak podle B o l z a n a určíme *snáze* příčinu její platnosti, asi proto, poněvadž pravděpodobně podle něj jistota dává správnou orientaci při rozkladu, neboť implikuje poznání patřičného významu složené pravdy.

[9] Hypotetický výklad B o l z a n o v y myšlenky: po získání jistoty o platnosti složité pravdy (uvedením příčiny *poznání* její platnosti) snáze poznáme příčinu její *platnosti*, avšak výlučně způsobem rozkladu, což je důvodem našeho poznatku, že složitá pravda plyne z jednoduchých pravd a ne naopak.

doch einen Grund seiner [ihrer ?] Wahrheit hat [gibt ?], der nicht ohne eine Art v[on] Beweis [fassbar ist], welcher hier freilich keine Gewissmachung, sond[ern] bloss eine obj[ektive] Begründung ist, aufgestellt werden. [: Nichts darf daher a[us] d[em] blossen Anblicke einer Figur (a[us] einer sog[enann]ten Anschauung, gleichviel ob man ihr den / zwar gelehrter klingenden, in d[er] Tat aber nichts besser machenden Namen einer *reinen* Ansch[auung] beilege o[der] nicht), sond[ern] es muss a[us] blossen reinen Begriffen u[nd] *Begriffswahrheiten* gefolgert werden, so zwar, dass es im Grunde möglich sein muss, die Richtigkeit dieser Folgerung einzusehen, / ohne die Figur, auf welcher sie sich bezieht, weder in äusserer sol[cher] Anschauung, noch in der blossen Einbildung vor sich zu haben. :]

Wie roch[t] nun die bisherige Darstellung der Raumwissenschaft diesen soeben gemachten Forderungen entspräche, brauchen wir nicht umständlich darzutun, sond[ern] es wird genügen, nur einige einzelne Beispiele zu berühren.

In der bisherigen Behandlungsweise der Raumwissenschaft hat man nicht einmal den *Hauptbegriff* / dieser Wissenschaft, den Begriff des R[aumes] selbst, einer näheren Erklärung unterzogen, vielmehr in neuerer Zeit häufig behauptet [man], eine solche Untersuchung gehöre, sofern sie überhaupt möglich ist, in eine andere Wissenschaft, in die Philosophie.[10] Soll dies nun noch etwas Anderes heissen, als dass die Erört[erun]g dieses Begriffes nicht in den populären, sond[ern] nur in den / *gelehrten* Vortrag der Raumwissen[schaft] gehöre, in welchem Falle wir g[an]z übereinstimmend denken, so ist es gewiss etwas sehr Fälschliches, denn der Begriff des Gegenstandes, v[on] welchem die Lehre einer Wisenschaft h[an]dle, gehört doch sicherlich in den Vortrag dieser Wissenschaft, u[nd] f[ür] genaue Bestimmung u[nd] Zergliederung muss eine unserer Hauptbeschäftigungen s[ein], wenn wir eine deut[liche] Erkenntnis / v[on] den Wahrheiten dieser Wissenschaft bezwecken und wenn dieser Begriff nicht f[ür] sich selbst schon jedem bekannt und geläufig ist, < [dass] mit einer näheren Bestimmung dieses Begriffes (einer Verständigung über ihn) angefangen werden [muss] >, desselben sonach sogar schon in jeder populär[en] Darstellung [nicht fehlen darf].[11] Oder was würde man z. B. von einer Rechtslehre sagen, die den Begriff des Rechtes, v[on] einer Gesundheitsl[ehre], die den / Begriff der Gesundheit nicht gleich im Anfange recht genau festzustellen sich bestrebte ?

Aber nicht nur den Begriff des *R[aumes] selbst* hat die bisherige Geometrie unerklärt gelassen, 3a/38
sond[ern] noch eine g[an]ze Menge anderer in die Raumwissenschaft wesentlich gehöriger Begriffe, die sogar jeder Nichtgeometer kennt u[nd] / gebraucht, haben dasselbe Schicksal erfahren, u[nd] werden entweder ganz mit Stillschweigen übergangen oder zwar aufgeführt u[nd] benützt, ohne dass gleichwohl f[ür] eine genauere Bestimmung ihrer Bestandteile, also f[ür] ihre Verdeutlichung etwas Genügendes geschähe. Hieher gehören die so wichtigen Begriffe / des räumlichen Ausgedehnten u[nd] der drei Arten desselben: der Linie, der Fläche u[nd] des Körpers; denn was man hin u[nd] da zur Erklärung dieser vier Begriffe versucht hat, ist so offenbar ungenügend, dass es kaum der Erwähnung wert ist. Hieher gehören ferner die Begriffe von Entfernung u[nd] Richtung, v[on] den zwei / *Seiten*, die jeder Punkt in einer Linie, jede Linie in einer Fläche, jede Fläche in ei[nem] Körper neben sich hat, vom Winkel, u[nd] inwiefern denselben eine *Grösse* beigelegt werden könne, von dem, was m[an] an einer Linie die Länge, an einer Fläche o[der] einem Körper den Inhalt dieser R[aum]d[in]ge nenne, was eine einzige o[der] ein Inbegriff mehrerer Linien oder Flächen u[nd] Körper heisst, was man eine in sich zurückkehrende Linie u[nd] Fläche, ein *Grenzpunkt* nenne, wann man sagen könne, dass ein Paar Linien oder Flächen einander schneiden,

---

[10] Podle Bolzana patří pojednání o prostoru do obou disciplín. *W.* I, § 79; *GP.*, str. 58; B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, Leipzig 1851 a 1920, překlad Praha 1963, §§ 17, 27, 40—44.

[11] Větu bylo možno hypoteticky rekonstruovat užitím textu v závorkách <...> (viz předmluvu). Snad pouze zdánlivě si odporuje, říká-li se napřed, že výklad pojmu prostoru nepatří do populárního pojednání, a potom, že ani v populárním pojednání nesmí chybět bližší jeho určení (dorozumění o něm). Není totiž vyloučeno, že v prvém případě jde o *dokonalé* objasnění pojmu, v druhém pouze o určení významu slova (o identifikaci předmětu zkoumání, aby nedošlo k záměně), které musí být na začátku učeného i populárního pojednání.

dass ein Punkt innerhalb oder ausserhalb einer auf einer Fläche beschriebenen in sich zurückkehrenden Linie liegt, ein R[aum]d[in]g zwischen zwei anderen sei, wann ein Paar R[aum]d[in]ge *ähnlich*, wann *gleich*, wann *kongruibel*, wann symmetrisch, / wann einander *entgegengesetzt* genannt werden dürfen usw.

Nicht minder tadelnswert ist es, dass eine beträchtl[iche] Anzahl geometrischer Wahrheiten, die der gewisse Mann kennt, und noch viel tadelnswerter, dass eine Anzahl anderer Begriffe, die ihm noch unbekannt sind, es aber um ihre Allgemeinheit u[nd] Einfachheit, oft sogar ihres praktischen / Nutzens wegen gar sehr verdienten, allge[mein] bekannt zu werden, in unseren bisherigen Lehrbüchern gar keine Aufnahme gefunden haben. [: Hieher gehört vor allem der äusserst wichtige S[at]z, dass alle R[aum]d[in]ge, welche a[us] / ähnlichen Stücken auf eine ähnl[iche] Weise bestimmt werden können, einander ähnlich seien,[12] ein Satz, a[us] welchem eine unendliche Menge / anderer Sätze über die Ähnlichkeit der R[aum]dinge spielend leicht hergeleitet werden kann. :] V[on] dieser Art sind f[erner] die S[ätze], dass alle Punkte, alle Entfernungen u[nd] alle Richtungen, ingleichen auch dass alle unbegrenzten, oder durch einen einzigen oder durch zwei Punkte begrenzten Geraden, / ingleichen alle unbegrenzten Ebenen, auch alle Systeme einer unbegrenzten Geraden, oder einer unbegrenzten Ebene, und eines ausserhalb ders[elben] gelegenen Punktes beziehungsweise einander ähnlich seien; oder die Sätze, dass { eine jede auf einer Fläche beschriebene in sich zurückkehrende Linie mit jeder in einer Ebene liegenden Durchschnittslinie der Fläche / nur eine gerade Anzahl von Durchschnittspunkten gemein habe,
3b/39 höchstens mit Ausnahme einer } / jeder Punkt einer *Linie*, höchstens mit Ausnahme gewisser, welche [so] zu sagen noch k[eine] Linie bilden, f[ür] jede hinl[än]glich kl[eine] Entfernung zwei Punkte [dieser Linie] zu s[einen] Nachbarn habe, dass jeder Punkt einer Fläche höchstens mit Aus[na]hme gewisser, welche zusammengenommen noch k[eine] *Fläche* bilden, f[ür] jede h[in]länglich kl[eine] Entf[ernun]g eine g[an]ze in sich zurückkehrende L[inie] voll Punkte [dieser Fläche] zu s[einem] Nachbarn habe, dass jeder Punkt eines *Körpers* höchstens mit Ausnahme gewisser, welche zusammengenommen noch k[einen] Körper bilden, f[ür] jede hinlänglich kl[eine] Entfernung eine ganze Kugelfläche voll Punkte [dieses Körpers] zu s[einem] Nachbarn habe;[13] oder die S[ät]ze, dass eine jede auf einer Fläche beschrieb[en]e, in sich zurückkehrende Linie mit jeder in einer Ebene liegenden Durchschnittslinie der Fläche entweder gar keinen / oder nur eine gerade Anzahl v[on] Punkt[ten] gemein habe, höchstens mit einer Ausnahme, die nur f[ür] eine gewisse isoliert stehende Lage[14] der schneid[en]den Ebene eintreten kann, u[nd] m[anche] a[ndere]. Allein das Tadelnswürdigste ist ohne Zweifel die Art, wie man [einen] beträchtl[ichen] / Teil der S[ät]ze, die in uns[eren] bish[eri]g[en] Lehrbüchern der Geometrie aufgestellt sind, erweist; dass dieses nämlich durch Vordersätze geschieht, die b[ei] genauerer Betrachtung viel zusammengesetztere Wahrheiten sind als es diej[enige] ist, die man a[us] ihnen ableiten will, dass es Wahrheiten sind, die, weil entfernt den obj[ektiven] Grund dieser letzt[en] zu enthalten, vielmehr / sie schon voraussetzen und in dem Verhältnisse einer objektiven Abfolge v[on] ihr stehen, so dass man also b[ei] solchem Beweise ein sog[enann]tes ὕστερον πρότερον begeht.

So ist es offenbar gleich mit dem ersten Satze in Euklids Elementen, dessen Bestimmung bekanntlich keine andere ist als zu / beweisen, dass es zu je zwei Punkten a, b einen dritten c gebe, dessen Entfernungen v[on] ihnen der Entfernung der Punkte a u[nd] b selbst gleichkommen.[15]

[12] Pojem podobnosti v uvedeném smyslu (také v *GP.*, str. 17 a 19; *W. I*, § 91, 4. Anmerkung) formuloval před Bolzanem Leibniz a Ch. Wolf (viz obšírnou poznámku J. Vojtěcha na str. 191 *GP.*).

[13] Bolzano zde podává charakteristiku vnitřního bodu čáry, plochy a tělesa a charakteristiku okolí bodu.

[14] Jde asi o případ, kdy rovina, protínající plochu, v níž leží uzavřená křivka, tuto plochu protíná tak, že je tečnou rovinou uzavřené křivky, eventuálně protíná pouze jeden hraniční bod uzavřené lomené čáry.

[15] V *EZ.* je věta formulována jako úloha sestrojit rovnostranný trojúhelník nad danou úsečkou. Podle Bolzana Eukleides svým důkazem, že bod c existuje, podal příčinu *poznání* platnosti

Wie wird nun diese einfache Wahrheit (die eigentlich gar keines Beweises [seiner] Gewissmachung [Gewissheit ?], wohl aber eines zu ihrer obj[ektiven] Begründung bedürfte) in allen bisherigen Lehrbüchern der Geometrie bewies[en] ? M[an] legt durch die 2 Punkte a und b eine unbegrenzte Ebene, behauptet die Möglichkeit zweier um die Punkte a und b / als Mittelpunkte beschrieben[er] Kreislinien in dieser Ebene, welche den Halbmesser ab haben, d. h. man setzt voraus das Das[ein] einer unendl[ichen] Menge v[on] Punkten, welche v[on] a, und einer anderen ∞ Menge v[on] Punkten, welche v[on] b die Entfernung ab haben, die zugleich alle in der durch a und b Mittel[punkte] [?] gelegten unbegrenzten Ebene liegen und setzt überdies voraus, dass diese 2 unendliche Mengen / zwei Linien bilden. V[on] diesen 2 Lin[ien] behauptet man ferner, dass sie einander schneiden, d. h. ei[nen] oder etl[iche] Punkte miteinander gemein haben müssen. Das ist nun allerdings sicher wahr; aber diese Wahrheit ist offenbar nur eine Folge der Wahrheit, dass es Punkte, wie c, deren Entfernung v[on] a und b = [gleich] ab ist, gebe. Denn dass die Kreisl[inie] um a u[nd] die Kreisl[inie] um b ei[nen] Punkt c gemein haben, das folgt ja, weil / die Kreisl[inie] um a doch eben nichts Anderes ist, als der Inbegriff aller in der gegebenen Ebene liegenden Punkte, welche v[on] a die Entfernung ab haben, und die Kreisl[inie] um b nichts Anderes ist als der Inbegriff aller in der gegebenen Ebene liegenden Punkte, welche v[on] b die Entfernung ab haben, vorstellbar / nur eben daraus, weil es Punkte gibt, welche v[on] a und b so weit abstehen, als a und b v[on]einander selbst abstehen, was der hier zu erweisende Satz selbst ist. Einige haben, um den Beweis zu vervollst[ändigen], darauf hingewiesen, dass die Kreislinie[16] um b einen Punkt innerhalb der Kreislinie um a, und einen ausserhalb derselben / habe, woraus denn folgen soll, dass sie dieselbe irgendwo schneiden müsse. Recht gut, wenn es sich um eine blosse Gewissmachung handelte u[nd] die Gewissheit hier nicht schon ohnehin vorhanden wäre; allein w[enn] es sich um die Angabe des obj[ektiven] Grundes handelt, so würden hier Sätze gebraucht, die noch ungleich zusammengesetzter sind als die vorigen, u[nd] erst bewiesen werden / können, nachdem m[an] eine grosse Anzahl z[um] Teile viel schwieriger u[nd] nicht so einleuchtender Sätze vorausgeschickt hat, als dass die Kreisl[inie] eine in sich zurückkehrende L[inie] sei, dass sie als solche gewisse Punkte der Ebene, in der sie liegt, einschliesse u[nd] andere ausschliesse, dass der Mittelpunkt eines Kreises ein der eingeschlossenen, ein Punkt aber, dessen Entfernung / v[om] Mittelpunkte grösser (etwa 2-mal s[o] gross) als der Halbmesser ist, ein äusserer sei, dass eine jede[17] in sich zusammenhängende L[inie], welche ei[nen] ausserhalb einer in sich zurückkehrenden Linie ⟨liegenden Punkt in dieser Ebene⟩ mit ein[em] innerhalb gelegenen verbinde, die [zurückkehrende] Linie schneiden müsse usw., usw.

Als ein zweites Beispiel der Fehlerhaftigheit euklidischer / Beweisart, wenn wir sie mit den Forderungen einer streng[en] Wissenschaftlichkeit vergleichen, lasst uns d[en] Satz v[on] d[er] Gleichheit (richtiger Ähnlichkeit) der Scheitelwinkel betrachten.[18]

M[an] nennt den Winkel $\alpha c\beta$ / bekanntlich einen Scheitelwinkel des Winkels acb, wenn die beiden Schenkel $c\alpha$, $c\beta$ desselben 2-ten[19] den Schenkeln ca, cb des acb entgegengesetzt sind. Ihre Gleichheit (Ähnlichkeit) folgt ganz einfach daraus, weil sie a[us] einem u[nd] ebendems[elben] Winkel $ac\beta$ auf eine g[an]z ähnliche Weise bestimmt werden, indem man um acb zu erhalten / den Schenkel ca behält, statt $c\beta$ aber entgegengesetzte R[ichtung] cb nimmt, um $\alpha c\beta$ zu erhalten, den Schenkel $c\beta$ behält, statt ca aber die entgegengesetzte Richtung $c\alpha$ nimmt. Statt so zu schliessen,

---

tohoto poznatku, ale nikoli příčinu jeho *platnosti* (tj. záruku existence bodu c). (B o l z a n o sám však příčinu platnosti poznatku neuvádí.)

[16] Za tímto slovem je slabě připsáno: „[Kreisl]inien in sich zurückkehrende Linien sind und dass die Kreislinie um b".

[17] Následuje slabě napsáno: „in einer gegebenen Linie liegende".

[18] Věta je v 1. knize *EZ.* 15. větou. Za správnější považuje B o l z a n o označit vrcholové úhly podobnými snad proto, poněvadž podle něj vznikly podobným způsobem (viz dále).

[19] „desselben 2-ten" se vztahuje k $\alpha c\beta$. První úhel, k němuž se vztahuje „desselben" v kontextu věty, je acb.

betrachtet Euklides die Winkel (man weiss nicht wonach ?) als Grössen[20], die sich unter gewissen Umständen, worunter der, dass sie in einerlei Ebene liegen, gar nicht der einzige ist, die aber überhaupt nicht näher angegeben werden, addieren / und v[on]einander abziehen lassen, u[nd] deren Summe und Differenz dann, wenigstens zuweilen, es wird nicht angegeben wann, einen neuen
4b/41 Winkel darstellt, der wieder nicht immer, aber doch zuweilen, man / bestimmt nicht wann, grösser als jeder der beiden Addenden, oder kleiner als der Minuend ist.[21] In dem vorliegenden Falle addiert er den einen der beiden Scheitelwinkel acb zu s[einem] Nebenwinkel $ac\beta$ / u[nd] erhält dadurch eine Summe, die — man weiss nicht was ? —, wenigstens gewiss k[ein] Winkel ist.[22] Gleichwohl wird ohne alle Erläuterung vorausgesetzt, dass die Summe, die man erhält, wenn man auf ähnl[iche] Weise den Winkel $\alpha c\beta$ zu s[einem] Nebenwinkel $ac\beta$ addiert, der vorigen ⟨ Summe ⟩ gleich sei, und daraus weiter (Gott weiss mit welchem Rechte) gef[un]d[en] gil[t], / dass auch die Reste gleich s[ein] müssten, die bleiben, wenn man v[on] denselben beiden Summen, die man nicht zu kennen weiss, den gemeinschaftl[ichen] Winkel $ac\beta$ abzieht. Als diesen Rest betrachtet man v[on] d[er] ei[nen] Seite den W[inkel] acb, und v[on] d[er] anderen den W[inkel] $\alpha c\beta$, und schliesst sonach endlich, dass diese gleich s[ein] müssen.

Wie viele Fragen, d[ie] keine Beantwortung finden ? Wie viele Schlüsse, die unberechtigt sind, ja v[on] denen man nicht weiss, a[us] welchem im Sinne behaltenen / Obersatze sie fliessen.

Nur noch ein drittes Beispiel lasst uns erwägen ! Der Satz vom gleichschenkel[igen] Dreiecke, dass in dem Dreiecke acb die Winkel $a = b$ / sind, wenn die Seiten $ca = cb$ sind[23], folgt einfach daraus, weil $\Delta\ acb = \Delta\ bca$, nach d[em] Satze, dass 2 $\Delta\Delta$ gleich sind, wenn 2 S[eiten] mit d[em] eingeschlossenen Winkel gleich sind[24], aber rein wunderlich ist der gewöhnl[iche] Beweis, nach dem man die Seiten ca, cb über a und b zum gleich[en] Stück verlängert, dies ei[n] Verlang[en] / sich überreden, dass der Grund j[ene]r Gleichheit in s[olchen] zusammengesetzten Wahrheiten liege, als es diej[enigen] sind, auf die man sich hier beruft, wo wieder Winkel v[on] Winkeln, oder vielmehr v[on] einem, man weiss nicht, was es ist, das man die *Summe zweier rechten* nennt, abgezogen werde ?[25]

[20] Podle Bolzana vztah nerovnosti dvou úhlů neimplikuje vztah, že jeden je větší; nepovažuje totiž úhly za veličiny (u nichž pouze může tento vztah nastat), poněvadž předpoklad, že úhel skládá z jednotkových úhlů (což by plynulo z pojmu úhlu-veličiny), údajně vede k představě, že podstatnou vlastností úhlu je nekonečná plocha, a to odporuje Bolzanově definici: úhel je pouhá kvalita, predikát dvou přímek . . ., vlastnost dvou směrů . . . Hypoteticky se domníváme, že 1. autor asi považuje dělení úhlu za dělení plochy a 2. dělení úhlu odporuje jeho definici, poněvadž predikát (vlastnost) *týchž* dvou směrů je nedělitelný (nedělitelná). Srv. *GP*., str. 13—15, 41—42; *W*., I, § 87.

[21] Podmíněnost, kterou v této větě Bolzano naznačuje („unter gewissen Umständen", „wenigstens zuweilen", „der wieder nicht immer" apod.), není u Eukleida výslovně uvedena. Avšak mlčky se předpokládá zavedení orientovaných úhlů, podmiňující možnost jejich slučování.

[22] Bolzano zde pouze konstatuje, že součet není úhel (poněvadž součet je veličina a úhel podle něj není veličina), ale nepopírá přímý úhel. Přímý úhel je výslovně zaveden na str. 42 GP.

[23] Věta je 5. větou I. knihy *EZ*. U Eukleida je formulována s připojením tvrzení „. . . a prodlouží-li se ramena, rovnají se úhly pod základnou". Důkaz věty může být koncipován prostřednictvím důkazu tohoto tvrzení (viz pozn. 25).

[24] Bolzanův důkaz je založen na principu nepřímé shodnosti trojúhelníků acb, bca. Tato pravděpodobně neuvědomělá anticipace principu nepřímé shodnosti je však asi v rozporu s Bolzanovou zásadou neužívat pohybu (tj. vlastně smyslového názoru) jako prostředku důkazu. V *GP*., str. 17 je uveden důvod shodnosti dvou trojúhelníků, u nichž jsou dvě strany a jimi sevřený úhel shodné, takto: „Denn ihre bestimmenden Stücke (tj. dvě strany a sevřený úhel) sind gleich". Na str. 21 dedukuje autor z tvrzení $\triangle\ acb = \triangle\ bca$: $\sphericalangle\ b$ proti ac (v $\triangle\ acb$) se rovná $\sphericalangle$ proti bc (v $\triangle\ bca$) (stejné úhly proti stejným stranám). Rovnými (gleich) nazývá rovné a podobné (gleiche und ähnliche), tj. shodné trojúhelníky, a proto také píše znaménko rovnosti ve smyslu znaménka shodnosti. Pro pouhou rovnost plošných obsahů nepovažuje za vhodné rčení: „dva trojúhelníky se rovnají", nýbrž: „velikosti ploch dvou trojúhelníků se rovnají" (srv. GP., str. 16).

[25] (Pozn. na str. 213).

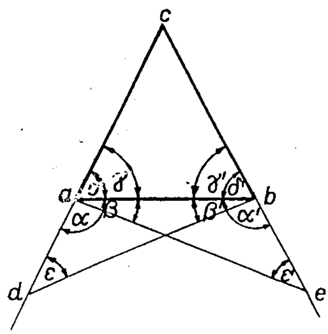
Doch man hätte das Ungenügende der eukl[idischen] Geometrie wohl schon längst zugestanden, wenn eine andere, ei[nen] jed[en] Satz aus anderen einfacheren Wahrheiten ableitende Methode bekannt gewes[en] wäre.

Hat es doch eine beträchtl[iche] Anzahl v[on] Gelehrten, u[nd] unter ihnen auch Männer vom 5a/42
grössten Scharfsinn gegeb[en], welche in das der euklidischen Geometrie umso unbedingt gespendete Lob, das sie f[ür] unverbesserlich erklärte, nicht mit einstimmen wollten, sondern paarmals / [etwas] in ihr anders behandelt u[nd] erwiesen zu stehen wünschten. Nicht nur der 5
11. Grunds[atz] des Euklides[26] wurde v[on] jeher mit einer fast allgemei[nen] Einstimmung als ein Satz angeseh[en], der nicht ohne einen Beweis (ein Wort, b[ei] welchem man hier wohl nicht eine Gewissmachung, sond[ern] eine obj[ektive] / Begründung versteh[en] konnte) aufgestellt werden 10
sollte, u[nd] die Versuche, die man zu s[einem] Beweise gemacht, sind kaum zu zählen, sond[ern] auch vieles Andere noch haben scharfsinnige Männer getadelt. { So hat der grosse Leibniz an mehr als einer Stelle in s[einen] Schriften gewusst, / dass auch die übrigen Grundsätze im Euklides 14–15
dargetan werden möchten. }

So sind wahrlich nicht alle Einwürfe, die Sextus Empiricus (ad Geometros)[27] vorbringt, leere 31

---

[25] Princip Eukleidova důkazu:



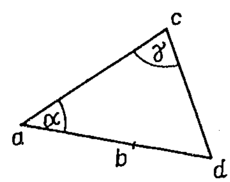
$$\left.\begin{array}{l} cd = ce \\ db = ea \\ bc = ac \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle\, cdb \cong \triangle\, cea \Rightarrow \left\{\begin{array}{ll} \gamma = \gamma' & \text{(I)} \\ \varepsilon = \varepsilon' & \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} cd = ce \\ ca = cb \end{array}\right\} \Rightarrow ad = be$$

$$\left.\begin{array}{l} db = ca \\ ba = ab \\ ad = be \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle\, adb \cong \triangle\, bea \Rightarrow \left\{\begin{array}{ll} \alpha = \alpha' & \text{(II)} \\ \beta = \beta' & \text{(III)} \end{array}\right.$$

Z I. a III. plyne $\gamma - \beta = \gamma' - \beta'$, tj. $\delta = \delta'$.

Je vidět, že zde E u k l e i d o s neodečítá nějaký úhel od p ř í m é h o úhlu, jako říká B o l z a n o. Poněvadž však $\delta = 2R - \alpha$, $\delta' = 2R - \alpha'$ a podle II. je $\alpha = \alpha'$, lze dosáhnout důkazu také odečtením od přímého úhlu. Důkaz platnosti $\alpha = \alpha'$ dokazuje tedy platnost připojeného tvrzení (viz pozn. 23).



[26] V dřívějších vydáních Eukleidových Základů (např. v *Euclidis Elementorum libri XV.* graece et latine, Coloniae MDLXIIII) následují po třech prvních postulátech (podle názvosloví *EZ.* po „úkolech prvotných") tzv. communes notiones, které obsahují 1.—4. axiom (podle názvosloví *EZ.* „zásadu"), potom výrok $a - c < b - c$, když $a < b$, dále 5.—8. axiom a konečně 4. a 5. postulát, takže 5. postulát z *EZ.* je 11. communis notio. V B o l z a n o v ě nepublikovaném rukopise *Neue Theorie der Parallelen* (Wiener Nationalbibliothek, S. N. 3459, fotografie v Archivu ČSAV, Praha, 2. sv.) je náznak údajných předpokladů, resp. postupu důkazu 5. postulátu (v polorovině acb se protínají přímky ab, cd právě tehdy, když $\alpha + \gamma < 2R$): napřed je nutno dokázat, že cd protíná ab, je-li d bodem ab (jednodušší pravda); potom je třeba dokázat, že cd protíná ab, je-li d v rovině cab. Podstatné je, že ab, cd jsou v téže rovině cab, což znamená, že přímka cd je určena body c, a, b. Stačí ovšem určit bod d pomocí těchto bodů. (Jsou uvedeny dva způsoby). Hypoteticky se domníváme, že si tu Bolzano připravoval pokus o důkaz, že rovnoběžnost přímek je výlučně vlastností roviny a že plyne z pojmu roviny.

[27] S e x t o s E m p e i r i k o s žil koncem 2. století v Římě a Alexandrii. Výslovně Eukleida nejmenuje; píše námitky proti tvrzením geometrů, z nichž pouze některá jsou v Eukleidových spisech. Uvádí např., že čára je v rozporu se svým pojmem, poněvadž má šířku; vcelku vytýká neplatnost geometrických definic, postulátů a axiomů.
Srv. S e x t u s E m p i r i c u s, *IV, Against the professors* (Adversus mathematicos, ΠΡΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥΣ), London 1961.

Spitzfindigkeiten, und was brauchen wir uns auf diesen Skeptiker zu berufen, wenn selbst Freunde und Verteidiger des Euklides, wie s[ein] Kommentator *Proklus*[28], offen gesteh[en], dass sie mit gar / manchem Satze u[nd] Beweise in den Elementen nicht einverstanden seien, u[nd] ebendeshalb gar manchen Versuch an Verbesserung wagen. Wie treffend ist nicht, was dieser Proklus
5b/43 u[nd] gar mehr andere, wie *Annerres, Piccolomini,* Hunbius[29] gerügt und nachgewiesen, dass Euklides fast nirgends den eigentl[ichen] Grund, die causam (*αιτιον*) der zu beweisenden Wahrheit angebe. Wie viele andere Ausstellungen, f[rei]lich nicht immer sehr geziemend aber, haben nicht andere z. B. P[ierre] Rameau[30], Wallis[31], Clavius[32], Th[omas] Simpson[33], u[nd] a[ndere] gemacht; wie oft hat nicht der so bedächtige, so umsichtig schickende Leibniz[34] den Wunsch u[nd] d[ie] Hoffnung, dass man die Lehre der Geometrie einst noch g[an]z anders bewois[en] werde, in s[einen] Schriften niedergelegt!, wie viele Versuche, die Sache besser einzurichten, freilich [im] ungl[eich] verschied[enen] [im ganz verschiedenen?] Sinne geschrieben, finden wir nicht / bei Wolf[35], Segner[36], Canovay[37], Bertrand[38], Thibaut[39], le Gendre[40], Destutt de Tracy[41], Karsten[42], Grashof[43], Detmold[44], Ide[45], Lorenz[46], Schultz[47], Langsdorf[48], Schweins[49], Schaffer[50], Fries[51], Herbart[52] u[nd] m[anchen] a[nderen].

28 Proklos Diadochos (410 nebo 412—485) se narodil v Konstantinopoli a učil filosofii v Athénách, kde také zemřel. Napsal komentář k 1. knize Eukleidových Základů.

29 Rekonstrukce prvního a třetího jména je pochybná. Nepodařilo se nám také osobnosti identifikovat. Druhé jméno označuje dva muže, kteří se zabývali přírodními vědami. a) Alessandro Piccolomini (1508—1578), biskup z Petrasso a potom koadjutor arcibiskupa ze Sieny, filosof a matematik. b) Francesco Piccolomini (1520?—1604), profesor filosofie v Sieně, Maceratě a Perugii.

30 Pravděpodobně Pierre de la Ramée (Petrus Ramus) (1515—1572), matematik, profesor filosofie a řečnictví. Vydal s komentářem: *Euclides,* Paris 1544 a 1549; napsal: *Scholarum mathematicarum Libr. XXXI,* Basil. 1569; *Geometria,* Paris 1577.

31 John Wallis (1616—1703), profesor geometrie v Oxfordu. Napsal: *De postulato quinto,* 1693.

32 Christoph Clavius (1537—1612), jezuita, přednášel na římském Collegiu Germanicu. Jeho *Opera mathematica,* 5 Vol. z r. 1612 obsahují *In Euclidem et in Theodosium Commentarii.* Vydal Eukleidovy Základy r. 1574.

33 Thomas Simpson (1710—1761), profesor matematiky na King's Academy ve Woolwich. Napsal: *The elements of geometry* etc., London 1747, 1780 a 1800.

34 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646—1716). Napsal *De natura linearum anguloque contactus et osculi pervolutionibus* etc., Act. erud., Lips. 1692. V díle *Characteristica geometrica* vylíčil své nové pojetí geometrie.

35 Christian Wolf (1679—1754), profesor matematiky, fyziky a filosofie. Napsal: *Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften,* Halle 1710, 1755.

36 Johann Andreas Segner (1704—1777), profesor fyziky a matematiky v Jeně, Göttingen a Halle.

37 Rekonstrukce pochybná. Stanislao Canovai (1740—1811), duchovní a učitel matematiky v Cortoně a Parmě.

38 Louis Bertrand (1731—1812), profesor matematiky na akademii v Ženevě. Napsal *Eléments de géometrie,* 1812.

39 Bernhard Friedrich Thibaut (1755—1832), profesor matematiky v Göttingen.

40 Adrien Marie Legendre (1752—1833), profesor matematiky na vojenské škole a na École normale v Paříži. Napsal: *Éléments de géometrie,* Paris 1794; *Nouvelle théorie des parallèles,* Paris 1803. V GP. str. 111 uvádí Bolzano, že se Legendrův důkaz 5. postulátu v 10. vydání *Éléments de géometrie,* 1813 shoduje s jeho důkazem.

41 Antoine Louis Claude Destutt de Tracy (1754—1836), filosof a ekonom. Není nám nic známo o jeho matematických spisech.

42 Wenceslaus Johann Gustav Karsten (1732—1787), profesor matematiky a fyziky v Halle. Napsal: *Versuch einer völlig berichtigten Theorie der Parallellinien,* Rostock 1779.

43 Karl Friedrich August Grashof (1770—1841), matematik, pedagog a theolog. Napsal: *Über die ersten Begriffe der Geometrie, zunächst mit Beziehung auf Parallelen-Theorien,* Berlin 1826; *Theses sphaercologicae, quae ex sphaerae notione veram rectae lineae sistunt definitionem,* etc., Berol. 1806.

44 V Bolzanově knihovně (v Universitní knihovně, Praha) je spis *Die Lehre von den Grenzen als Hauptmoment der Geometrie von W. Detmold,* Göttingen, Heinrich Dietrich 1804.

Freilich hat das Wort *Kästners*[53]: Alle die den Euklides meistern wollten, sind selbst zu Schande geworden, bis auf den heutigen Tag sich / nur zu oft bestätigt; doch 5a/42

„Ein Versuch, höhere Kunst geboren,
darf, wenn auch tausendmal misslungen, doch niemal[s]
aufgegeben werden."

Wohl ist es uns bekannt, dass vor etwa einem halben Jahrhunderte ein damal[s] sehr hochachtender Weltweise behauptet habe, und dass es ihm noch bis auf den heutigen Tag v[on] vielen nachgesprochen werde, es sei eine *völlige Unmöglichkeit*, dergl[eichen] Wahrheiten, wie die der Raumwissenschaft / (u[nd] der Zeitlehre) sind, *a[us] rei[nen] Begriffen ableiten zu wollen*[54]; allein mir deucht das Gewebe v[on] Verirrung, aus welcher diese, u[nd] so mehr andere höchst verderbliche Lehre des grossen Kants hervorging, sei in der W[issenschafts]l[ehre] u[nd][55] mehreren anderen Schriften[56] B[olzanos] mit einer Deutlichkeit, die jeden unbefangenen Prüfer überzeugen muss, nachgewiesen / worden.

BERNARD BOLZANO, ANTI-EUKLID.

In der Wiener Nationalbibliothek befinden sich beisammen 9 Folien unter S. N. 3459 — VI. Abteilung, N. 5 (Bolzanonachlass), die von Bolzano eigenhändig beschrieben sind; die erste hat den Titel „Anti-Euklid". Der Text wird jetzt zum erstenmal publiziert. E. Winter (s. die Bemerkung N. 4 zum Vorwort) vermutet ohne Beweis, dass diese Folien dürftige Bruchstücke zum Bolzanowerk „Antieuklid" darstellen, das Bolzanos eigener Nachricht nach verloren gegangen

---

[45] Johann Joseph Anton Ide (1775—1806), matematik v Gottingen a později profesor na moskevské universitě.

[46] Johann Friedrich Lorenz (1738—1807), profesor matematiky na klášterní škole v Magdeburku. Vydal německý překlad *Eukleidových Základů*.

[47] Johann Schultz (1739—1805), duchovní, filosof a profesor matematiky na universitě v Královci. Napsal: *Vorläufige Anzeige des entdeckten Beweises für die Theorie der Parallellinien*, Königsberg 1780 a 1786; *Entdeckte Theorie der Parallelen* usw., Königsberg 1784; *Darstellung der vollkommnen Evidenz und Schärfe seiner Theorie der Parallelen*, Königsberg 1786.

[48] Karl Christian Langsdorf (1757—1834), profesor stavby strojů, matematiky a technologie v Erlangen, Vilně a Heidelberku. Napsal: *Ch. v. Wolf's neuer Auszug aus den Anfangsgründen aller mathematischen Wissenschaften. Mit Zusätzen von Joh. Tob. Mayer und Karl Chr. Langsdorf*, Marburg 1797; *Anfangsgründe der reinen Elementar- und höheren Mathematik*, Erlangen 1802; *Einleitung in das Studim der Elementar-Geometrie*, . . , Mannheim 1814.

[49] Franz Ferdinand Schweins (1780—1856), profesor matematiky na universitě v Heidelberku. Napsal: *Geometrie, nach einem neuen Plane bearbeitet usw.*, Göttingen 1805—1808; *System der Geometrie* usw., Göttingen 1808; *Skizze eines Systems der Geometrie*, Heidelberg 1810.

[50] V Bolzanově knihovně je dílo *Vollständiger Lehrbegriff der höhern, auf Combination der Grössen gegründeten Analysis und der höhern phronomischen Geometrie von J. F. Schaffer*, Oldenburg 1824.

[51] Jacob Friedrich Fries (1773—1843), profesor filosofie, fyziky a matematiky v Heidelberku a Jeně.

[52] Johann Friedrich Herbart (1776—1841), profesor filosofie a padagogiky v Královci a Göttingen.

[53] Abraham Gotthelf Kästner (1719—1800), profesor matematiky a filosofie v Lipsku a v Göttingen.

[54] Immanuel Kant, *Kritik der reinen Vernunft*, 1787 (2. vydání), Einleitung V; I, §§ 1—8; I, 2. Teil, 1. Abteilung, 1. Buch, 2. Hauptstück.

[55] W. IV, § 532, 2. Anmerkung; I, § 79; III, § 315.

[56] B. Bolzano, *Philosophie der Mathematik oder Beiträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*, Prag 1810, Paderborn 1926 (zvláště: Anhang über die Kantische Lehre von der Konstruktion der Begriffe durch Anschauungen §§ 1—11; dále 1. §§ 5, 6; 2. § 17).